Predicción: Ejemplo Numérico

Sea

$$(1-\phi L)(z_t-\mu)=a_t$$

con $\phi = .6$, $\mu = 9$ *y* $\sigma_a^2 = 2$. *Suponga que las observaciones* $z_{100} = 8.9$, $z_{99} = 9$, $z_{98} = 9.6$ *y queremos predecir* z_{101}, z_{102}, z_{103}, *y* z_{104}*; tanto su valor puntual como un intervalo al 95%.*

Procederemos de la siguiente forma

$$z_t-\mu=\phi(z_{t-1}-\mu)+\mu a_t$$

$$\begin{aligned}\hat{z}_t(l) &= \mu+\phi(\hat{z}_t(l-1)-\mu)\\ &= \mu+\phi^l(z_t-\mu) \qquad l\geq 1.\end{aligned}$$

Entonces,

$$\begin{aligned}\hat{z}_{100}(1) &= 9+.6(8.9-9)=8.94\\ \hat{z}_{100}(2) &= 9+(.6)^2(8.9-9)=8.964\\ \hat{z}_{100}(3) &= 9+(.6)^3(8.9-9)=8.9784\\ \hat{z}_{100}(4) &= 9+(.6)^4(8.9-9)=8.98704.\end{aligned}$$

Para obtener los límites de los intervalos de predicción necesitamos convertir el modelo AR en su forma MA

$$(1 - \phi L)(1 + \psi_1 L + \psi_2 L^2 + ...) = 1$$

$$\psi_j = \phi^j \qquad j \geq 0.$$

Intervalo de predicción al 95% para z_{101} es

$$8.94 \pm 1.96\sqrt{.1}$$

or

$$8.32 < z_{101} < 9.56.$$

Para z_{102} es

$$8.964 \pm 1.96\sqrt{.1 + (.6)^2}\sqrt{.1}$$

or

$$8.24 < z_{102} < 9.68.$$

Los intervalos para z_{103} y z_{104} se obtienen de forma similar.

Supongamos ahora que en $t = 101$ la observación $z_{101} = 8.8$. ¿Cómo actualizamos nuestra predicción de z_{102}, z_{103}, y z_{104}?

$$\begin{aligned}\hat{z}_{101}(1) &= \hat{z}_{100}(2) + \psi_1(z_{101} - \hat{z}_{100}(1)) \\ &= 8.964 + .6(8.8 - 8.94) = \mathbf{8.88}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\hat{z}_{101}(2) &= \hat{z}_{100}(3) + \psi_2(z_{101} - \hat{z}_{100}(1)) \\ &= 8.9784 + (.6)^2(8.8 - 8.94) = \mathbf{8.928}\end{aligned}$$

and

$$\hat{z}_{101}(3) = ... = \mathbf{8.95}.$$

Observa que la predicciones hechas en t=100 se actualizan a la baja por el error de predicción negativo.