

Econometría II
Práctica 1. Procesos ARMA Estacionarios
Univariantes

December 4, 2006

1 Introducción

En muchas ocasiones, en el análisis de variables económicas, los datos están disponibles en forma temporal. Es habitual que en estos casos se desee disponer de un modelo que permita realizar un análisis de las propiedades estocásticas de las series, hacer predicciones, contrastar hipótesis, etc. En el análisis univariante de las series temporales, la metodología de Box-Jenkins, permite identificar procesos ARMA para las variables económicas de interés. A partir de la teoría econométrica de los procesos ARMA, es decir, de los aspectos teóricos que deben satisfacer dichos procesos, el analista debe encontrar aquel modelo que más se ajuste al comportamiento de sus datos. Aunque en la práctica, la mayoría de las veces, no resulta sencillo determinar, de manera inequívoca, cuál es el modelo más adecuado para una serie económica. Lo cual conlleva la necesidad de analizar el alcance de la metodología, cuando se está trabajando con el modelo correcto y cuando no.

Dos son los objetivos principales de esta práctica. En primer lugar, aprender a simular o generar procesos ARMA a partir de la programación directa que permite Eviews y observar que características tienen dichos procesos. En segundo lugar, mostrar cómo aplicar la metodología Box-Jenkins a los procesos generados, y así poder analizar cuáles son las potencialidades y las limitaciones de dicha metodología.

En concreto, se especificará un modelo ARMA(1,1), y utilizando la posibilidad que ofrece Eviews de programar, simularemos dicho proceso generador de datos (PGD) que hayamos especificado. Una vez, la serie ha sido generada es posible analizar cómo funciona la metodología de Box-Jenkins, del tratamiento empírico de series temporales. Dicha metodología consta de cuatro fases: identificación, estimación, validación y predicción. En la primera de las fases, el analista debe identificar qué proceso ARMA resulta más adecuado a sus datos, determinando los órdenes p y q del proceso ARMA, a partir de un análisis gráfico de la serie y de sus correlaciones. En la segunda fase, una vez seleccionado el modelo, se procede a la estimación de los parámetros de éste. Esto permite pasar a la tercera fase de validación, en la cual se realizan los habituales test de significación individual y conjunta de los parámetros, se estudia si el modelo satisface las condiciones de estacionariedad e invertibilidad, se analiza la matriz de correlaciones entre los parámetros, se realizan contrastes de la media de la serie, y se analizan las funciones de autocorrelación simple (FAS) y parcial (FAP) de los residuos estimados. Si un modelo satisface los criterios de validación, pasa a la última fase, en la cual se utiliza el modelo estimado para predecir el comportamiento de la serie en el futuro. Si por el contrario, un modelo no pasa la etapa de validación, el analista debe reespecificar el modelo, es decir, volver

a la etapa 1. Aplicando dichas fases al modelo correcto y a un modelo incorrecto pretendemos analizar la habilidad de la metodología de seleccionar el mejor modelo.

La práctica se estructura como sigue. En la sección 2, se muestra cómo generar modelos ARMA en Eviews. En particular, se simulará un proceso ARMA(1,1) y se analizan sus características, comparandolás con las de otros procesos ARMA. En la sección 3, se escogerá el proceso ARMA(1,1) de entre los generados en la sección anterior y se procederá a aplicar la metodología de Box-Jenkins al modelo correcto y a un modelo incorrecto, para poder conocer la habilidad de este procedimiento de seleccionar el modelo correcto. La sección 4, se destina a las conclusiones. Finalmente, en el Apéndice se coleccionan las instrucciones necesarias para programar la generación de los procesos estocásticos considerados en la práctica.

2 Procesos ARMA

En esta sección se simularán diversas especificaciones de modelos ARMA y se analizarán sus principales características. Para ello se utilizará la opción de programación directa que permite el programa Eviews. La figura 1 muestra cómo generar un nuevo programa en formato Eviews.

Una vez abierto el nuevo programa, ya es posible comenzar a introducir instrucciones. Si introducimos el programa del Apéndice 1 estaremos insertando las instrucciones necesarias para generar los siguientes procesos ARMA:

$$\begin{aligned}
 WN_1 &= \varepsilon_{1t} \text{ donde } \varepsilon_{1t} \sim U(0, 1) \\
 WN_2 &= \varepsilon_{2t} \text{ donde } \varepsilon_{2t} \sim N(0, 1) \\
 WN_3 &= \varepsilon_{3t} \text{ donde } \varepsilon_{3t} \sim N(2, 3) \\
 ar1_t &= 0.5ar1_{t-1} + \varepsilon_{4t} \text{ donde } \varepsilon_{4t} \sim N(0, 1) \\
 ar2_t &= 0.2ar2_{t-1} + 0.5ar2_{t-2} + \varepsilon_{5t} \text{ donde } \varepsilon_{5t} \sim N(0, 1) \\
 ma1_t &= \varepsilon_{6t} + 0.5\varepsilon_{6t-1} \text{ donde } \varepsilon_{5t} \sim N(0, 3) \\
 ma2_t &= \varepsilon_{6t} + 0.5\varepsilon_{6t-1} - 0.9\varepsilon_{6t-2} \text{ donde } \varepsilon_{6t} \sim N(0, 3).
 \end{aligned}$$

De cara a obtener las correspondientes series simuladas debemos guardar el programa con un nombre concreto y presionar en el menú del programa **Run**. Instantáneamente se genera un fichero de trabajo (workfile) que contiene las series que hemos generado. De este modo es posible proceder a utilizar las barras de menús propias de Eviews para el manejo de los documentos de

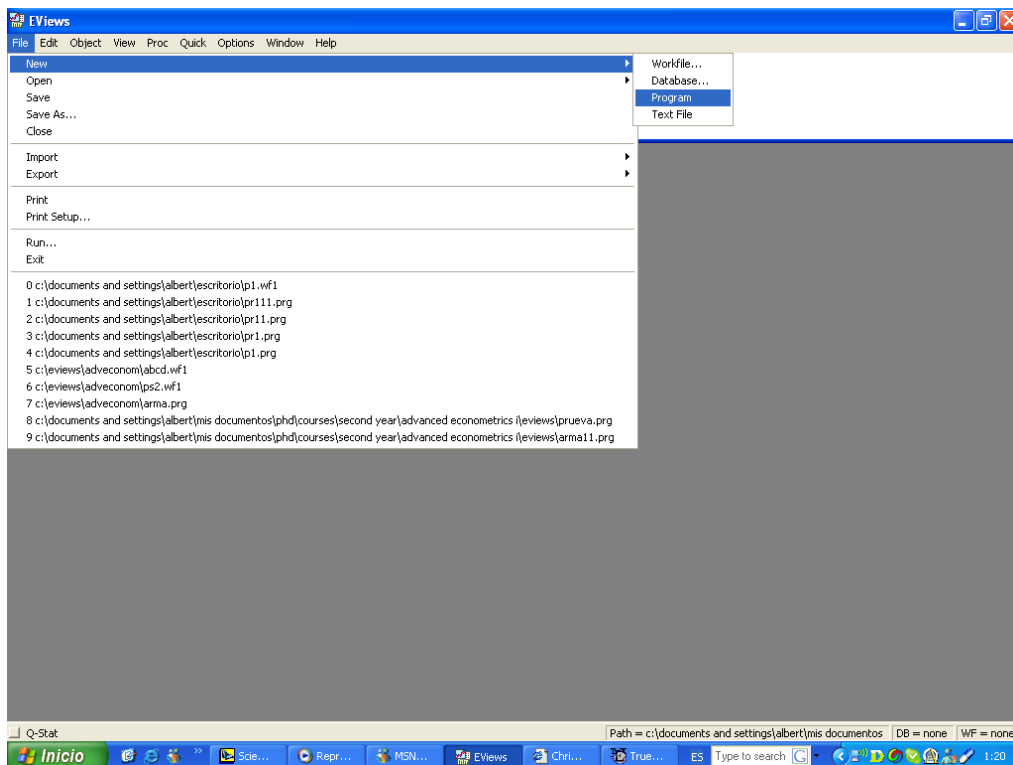


Figure 1: Programar en Eviews

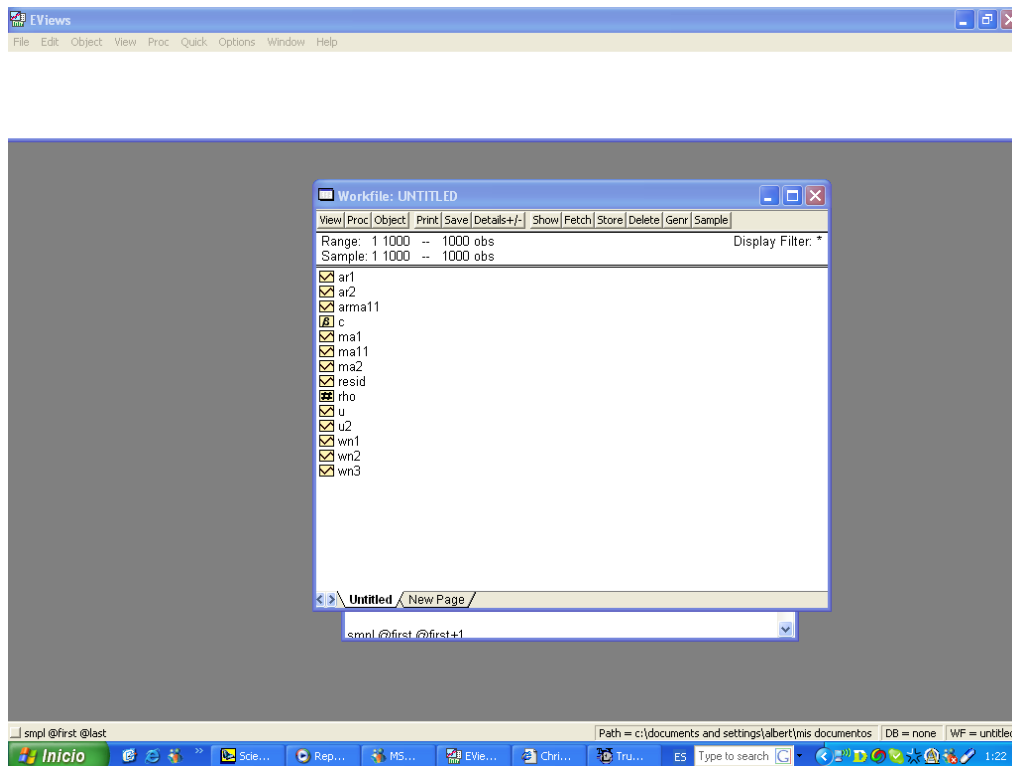


Figure 2: El Documento de Trabajo generado

trabajo, tal y como se introdujo en la práctica anterior. El fichero de trabajo workfile que contiene los procesos generados puede observarse en la figura 2

Así pues, una vez generadas las series es posible utilizar Eviews para obtener gráficos y medidas de síntesis de dichas series. A modo de ejemplo, proponemos se analice la evolución temporal de las series, así como sus correlogramas. Esto nos permite tener una idea visual de cuáles son algunas de las características teóricas de los procesos que hemos generado, y esto resulta útil cuando uno pretende identificar el modelo que mejor ajusta alguna variable para la cual se desconoce su PGD.

3 La Metodología de Box-Jenkins

En esta sección se utiliza el proceso ARMA(1,1) generado en la sección anterior como marco de referencia para el estudio de la metodología popularizada

por G.E.P. Box y G.M. Jenkins a partir de la publicación, en 1976, del libro "Time Series Analysis: Forecasting and Control". Seleccionando este modelo como nuestro verdadero PGD, podemos analizar la habilidad de la metodología de Box-Jenkins en detectar el modelo correcto. Así, se considerarán dos casos diferentes, en primer lugar, se comenzará la metodología especificando un modelo AR(1), y en segundo lugar, se analizará que ocurrirá si se parte del modelo correcto ARMA(1,1) desde un inicio. La elección de considerar un modelo AR(1) reside en el hecho de que ambos procesos tienen una FAS y una FAP muy similar y podría conducir fácilmente a especificaciones erróneas en el trabajo aplicado.

Tal y como se comentaba en la introducción de esta práctica, la metodología Box-Jenkins consta de cuatro etapas: identificación, estimación, validación y predicción. En lo que sigue, se aplica cada una de esas etapas simultáneamente a un modelo AR(1) y a un modelo ARMA(1,1).

3.1 Identificación

En esta etapa inicial de la metodología de Box-Jenkins ha de determinarse los órdenes p y q del proceso ARMA que a priori mejor ajusta los datos de los que disponemos. Para ello, se visualiza tanto la evolución temporal de las series como los correlogramas de estas. Identificando dicho correlograma con los correlogramas teóricos de los procesos ARMA el analista debe seleccionar un proceso concreto.

Dado el carácter de nuestro ejercicio esta etapa inicial está ya determinada, dado que se ha establecido comenzar con un proceso AR(1) y otro ARMA(1,1). En cualquier caso resulta interesante mostrar los correlogramas de ambas series para destacar su similitud y por tanto su mayor posibilidad de confusión asociada. Dichas funciones pueden observarse en la figura 3.

3.2 Estimación

En esta etapa, deberíamos estimar el proceso AR(1) y el proceso ARMA(1,1), guardando tras cada estimación los residuos asociados. En nuestro caso utilizaremos el estimador de MCO para la estimación de ambos modelos. La forma de decirle a Eviews que estime un modelo AR(1) por dicho método puede visualizarse en la figura 4, y la forma de estimar un ARMA(1,1) en la figura 5. Los resultados de ambas estimaciones se ilustran en la figura 6.

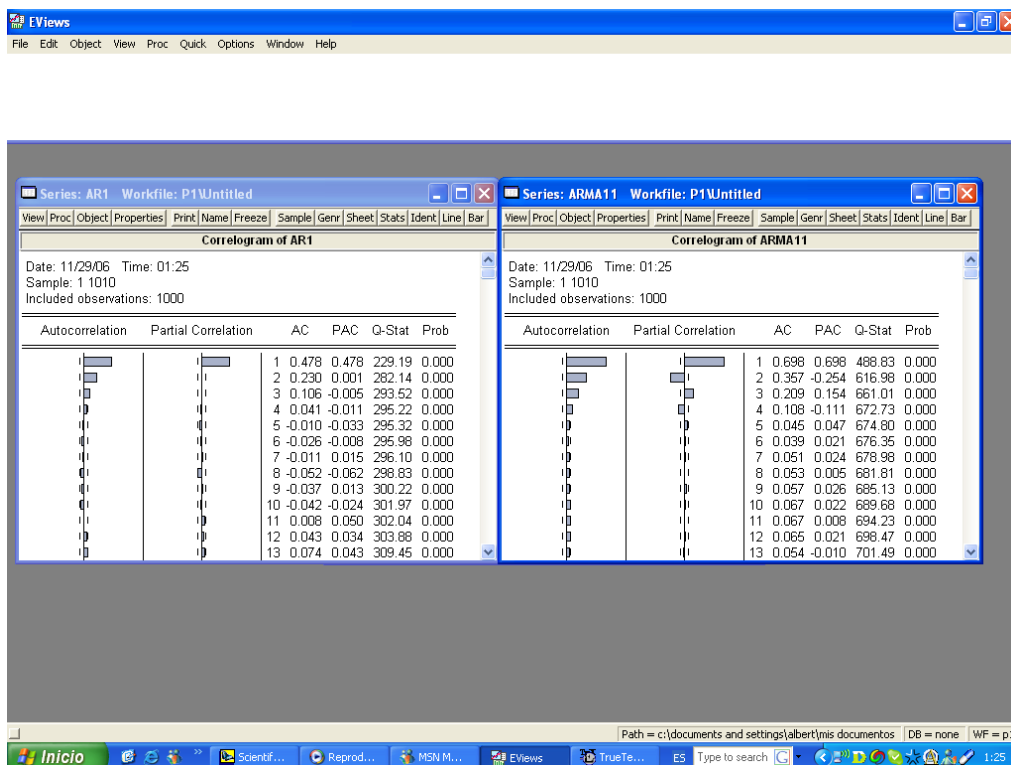


Figure 3: FAS y FAP para los procesos AR(1) y ARMA(1,1)

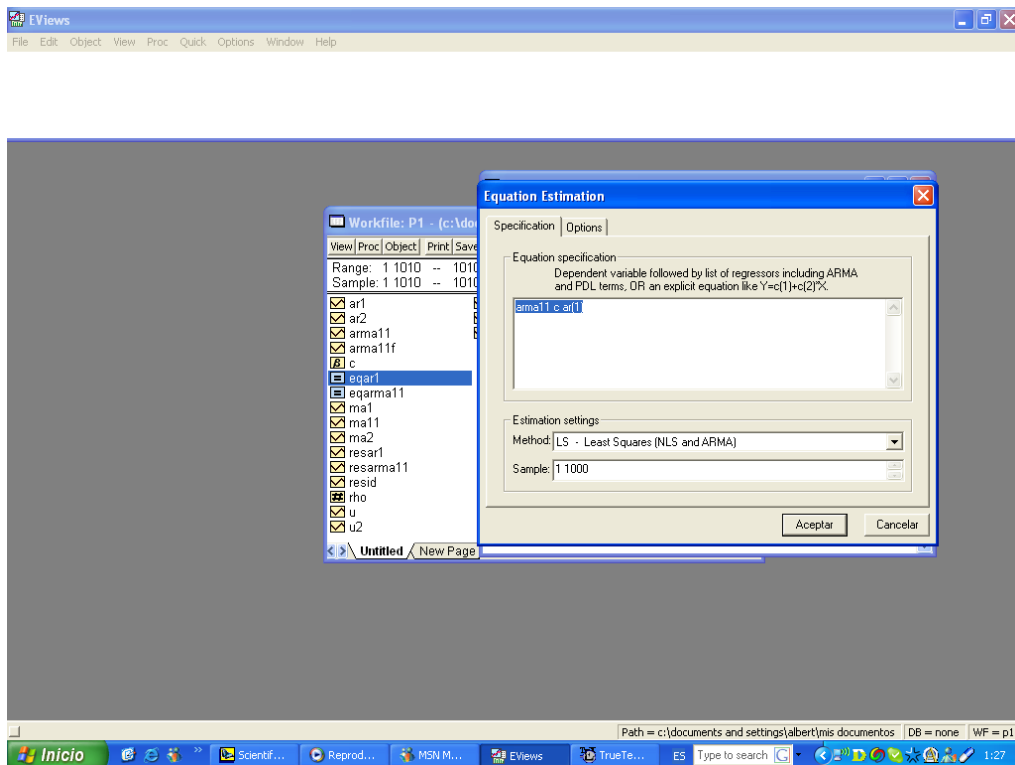


Figure 4: Estimación de un proceso AR(1) en Eviews

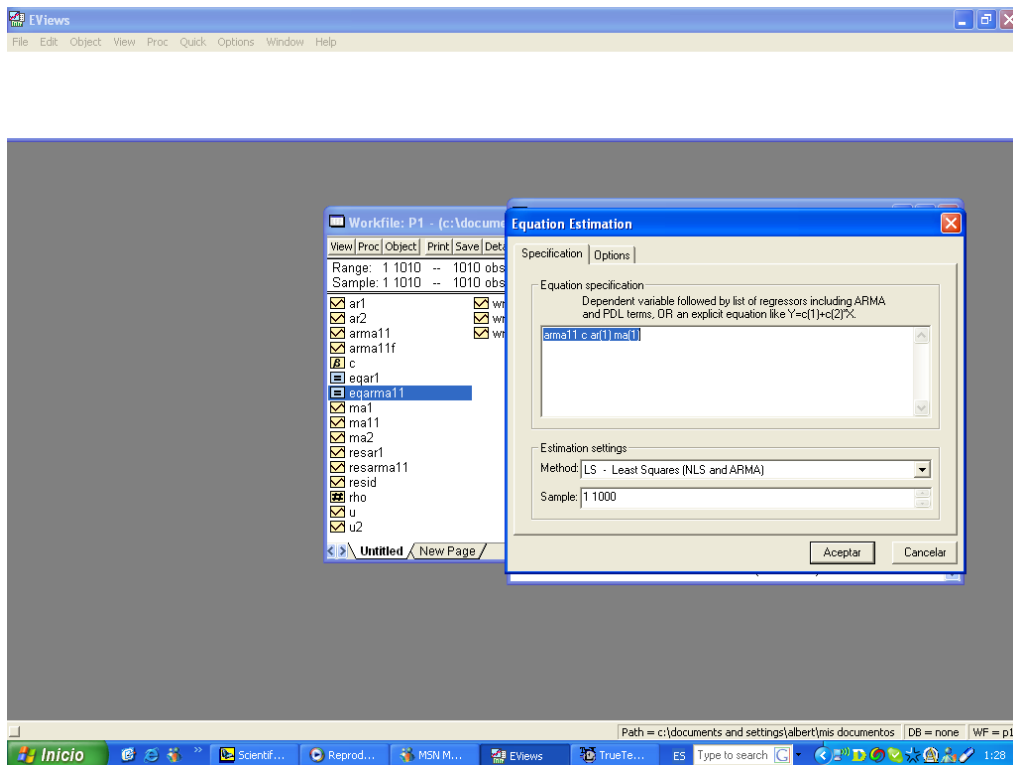


Figure 5: Estimación en Eviews de un proceso ARMA(1,1)

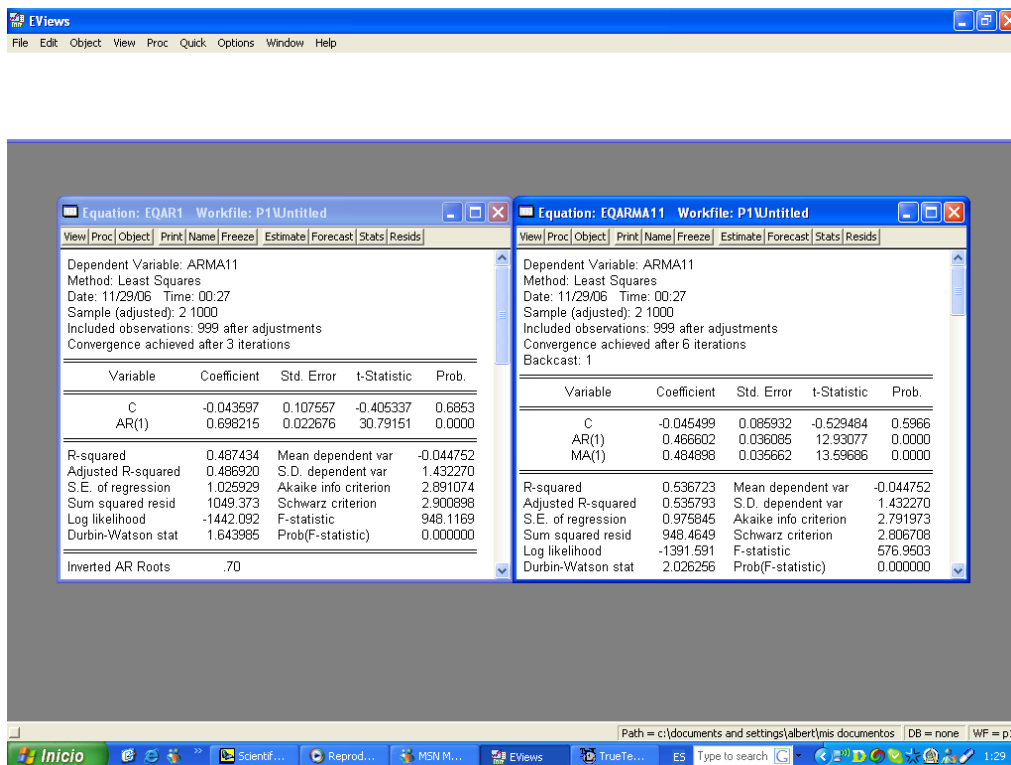


Figure 6: Resultado de ambas estimaciones

3.3 Validación

Esta etapa de la metodología de Box-Jenkins consiste en realizar inferencia, con el objetivo de discernir si el proceso estimado en la etapa anterior puede ser considerado como modelo correcto a nivel poblacional. Si observamos la figura 6, en la que aparecen los resultados de estimar en Eviews ambos modelos bajo consideración, podemos ver cómo ambos presentan parámetros individualmente significativos y ambos modelos resultan ser globalmente significativos. Sin embargo, el coeficiente de determinación ajustado del modelo ARMA(1,1) es mayor al del modelo AR(1). Además, el estadístico de Durbin y Watson está más cerca de 2 en el caso del modelo ARMA(1,1). Este último hecho, nos invita a considerar la posibilidad de autocorrelación en los residuos, y con ello a la representación gráfica de las funciones FAS y FAP de los residuos de estas estimaciones. La figura 7 muestra dichas funciones. Si el modelo está correctamente especificado, y así toda la dinámica está recogida en los regresores del modelo, los residuos resultantes deberían ser ruido blanco.

Como puede observarse en la Figura 7, la FAS asociada a los residuos estimados del modelo AR(1) tienen un coeficiente de autocorrelación parcial diferente de cero a nivel poblacional indicando que los residuos de este modelo estimado contienen parte de la dinámica del proceso y por tanto estos residuos no sería considerados ruido blanco. Así, este proceso no pasaría el proceso de validación y deberíamos volver a la etapa primera de identificación proponiendo otro modelo utilizando la información extradia en este primer ejercicio. Una posible elección dado el correlograma de los residuos sería seleccionar un AR(2) o bien un ARMA(1,1), dado que existe únicamente un coeficiente en la FAS y uno en la FAP significativamente diferente de cero a nivel poblacional.

En cambio la FAS y la FAP de los residuos asociados al modelo ARMA(1,1) no presentan ningún coeficiente de autocorrelación diferente de cero estadísticamente y por tanto, dichos residuos se considerarían ruido blanco, y el modelo en cuestión pasaría a la siguiente etapa.

3.4 Predicción

En esta etapa, de la metodología de Box-Jenkins, el modelo seleccionado (ARMA(1,1)) es utilizado para realizar predicciones de la serie en cuestión. Por ello, en esta subsección se muestra como realizar predicciones a partir de un modelo estimado en Eviews. Notad que esta fase puede ser también utilizada para como validación, en el sentido de que si un modelo no predice bien el comportamiento de la serie, podría ser rechazado como modelo correcto.

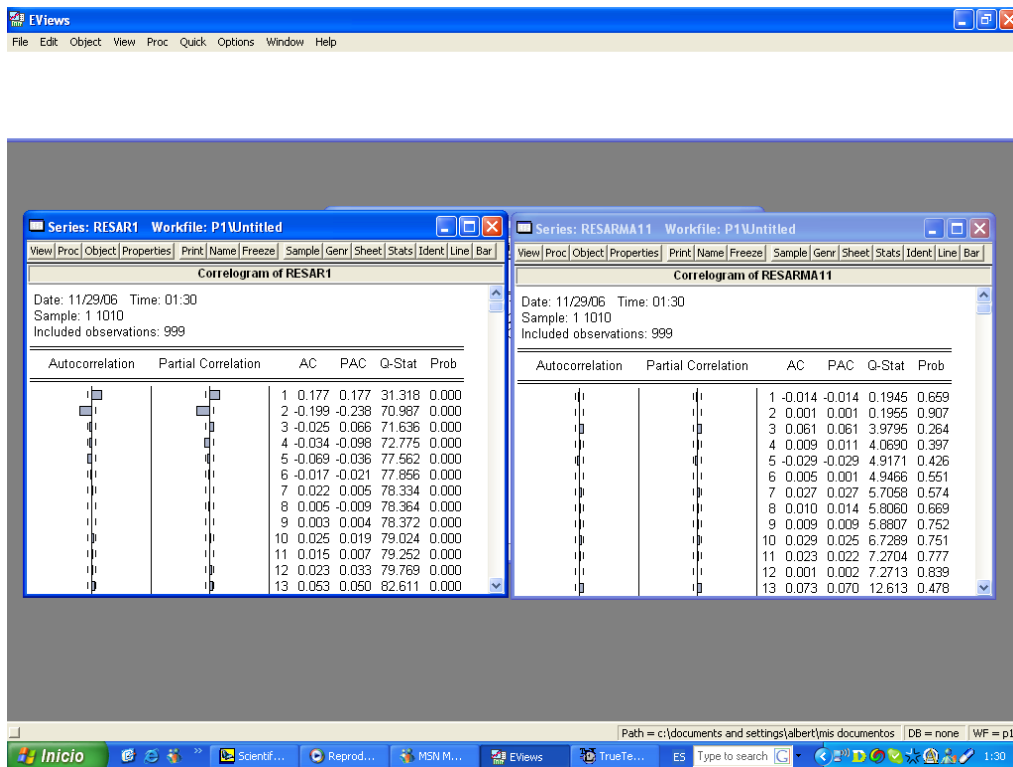


Figure 7: FAS y FAP de los residuos estimados de los modelos AR(1) y MA(1)

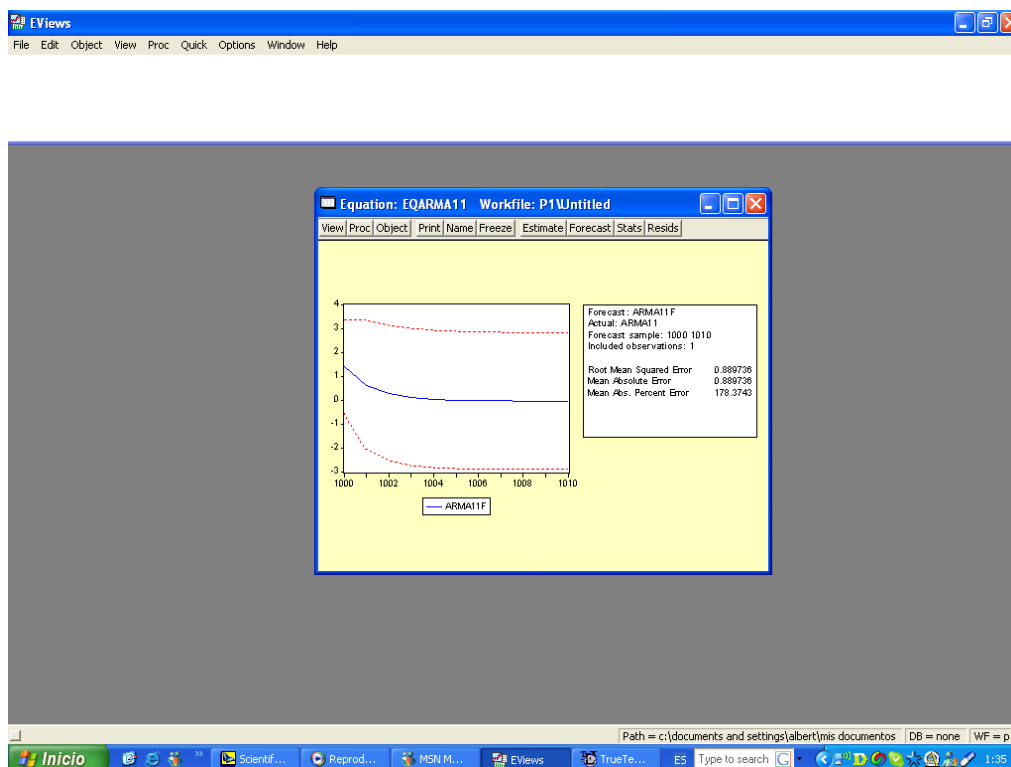


Figure 8: Predicción

Las predicciones en Eviews a partir de un modelo estimado se realizan de la siguiente forma:

- (i) En la ventana workfile seleccionamos **Procs** del menú principal y seguidamente **Structure/Resize Current Page...**
- (ii) Modificar la fecha introduciendo una la fecha del momento final para el cua se pretende predecir. En nuestro caso de **1 a 1010**.
- (iii) Activar la ecuación del modelo en cuestión y seleccionar la opción **Forecast** del menú de dicha ventana.
- (iv) Introducir el rango de predicción. En nuestro caso de **1000 a 1010** y presionar **ok**.

Al realizar los pasos anteriores se obtiene en pantalla la figura 8 donde se muestra la predicción del modelo con sus bandas de error asociadas.

4 Conclusiones

En esta práctica se han perseguido dos objetivos principalmente. En primer lugar enseñar a simular PGD a partir de la programación directa que permite el programa Eviews. Y en segundo lugar, presentar la metodología de Box-Jenkins para el análisis aplicado de las series temporales y estudiar el alcance de su puesta en práctica.

Las conclusiones que podemos extraer del ejercicio realizado es que las sucesivas etapas de esta metodología conducen al analista hacia el modelo correctamente especificado, si bien, su aplicación a datos reales implica en la mayoría de los casos una identificación "tentativa". Sugerimos que se aplique la metodología Box-Jenkins a los datos de deficit interior y exterior en U.S. utilizados en la práctica anterior para tratar de encontrar que modelo ARMA ajusta mejor dichas series.

Apéndice

A continuación se describe el código utilizado para la simulación de los procesos estocásticos generados en esta práctica:

```
create u 1 1000

' Ruidos Blancos
series WN1 = rnd
series WN2 = nrnd
series WN3 = 2 + @sqr(3)*nrnd

' ARs
scalar rho = 0.5
smpl @first @first
series ar1 = 0
smpl @first+1 @last
series ar1 = rho*ar1(-1)+ nrnd

smpl @first @first+1
series ar2 = 0
smpl @first+2 @last
series ar2 = 0.2*ar2(-1)+0.5*ar2(-2)+ nrnd

' MAs
smpl @first @last
series u = 10 + @sqr(3)*nrnd
series ma1 = u + 0.5*u(-1)

series ma2 = u + 0.5*u(-1) - 0.9*u(-2)

' ARMA
smpl @first @last
series u2 = nrnd
series ma11 = u2 + 0.5*u2(-1)
smpl @first @first
series arma11 = 0
smpl @first+1 @last
series arma11 = 0.5*arma11(-1) + ma11
smpl @first @last
```